

第2章

アナログ信号を対象にしたフーリエ変換、デジタル化したDFT、高速化したFFT

アプリで動作がわかる！
高速フーリエ変換のイメージ

岩田 利王 Toshio Iwata

FFTとはFast Fourier Transformの略で、そのルーツは「フーリエ変換」にあります。本章ではまずフーリエ変換について説明し、その後DFT (Discrete Fourier Transform)、さらにFFTの説明と続きます。難しい数式は極力使わないようにするので安心してください。第1章で紹介したスマートフォン用アプリケーションを使って、動かしながらフーリエ変換からFFTまでを学べるよう解説していきます。

フーリエ変換の式が意味するものは何か

どんな複雑な波形でも正弦波に分解できる…これはフランスの数学者フーリエが発見した定理で、それを行う手法を「フーリエ変換」といいます。

1. フーリエ変換の式は見たこと
あるけどイメージが湧かない…

式1にフーリエ変換の定義を示します。この式における $e^{-j2\pi ft}$ は回転因子(Twiddle Factor)と呼ばれ、その物理的な意味はオイラーの公式(式2)を考慮に入

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

式1 フーリエ変換の定義

$$e^{jX} = \cos(X) + j \sin(X)$$

式2 オイラーの公式

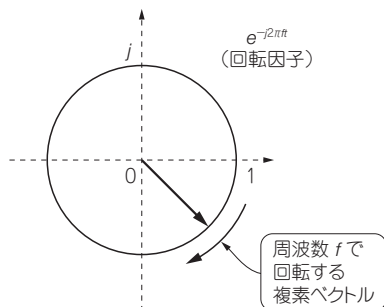


図1 フーリエ変換における回転因子の物理的な意味

れると、絶対値が1で、周波数 f で回転する複素ベクトルになります(図1)。そして時間軸の信号 $x(t)$ に回転因子を乗算し、積分により累積するのがフーリエ変換です。

- スマホ・アプリでフーリエ変換のイメージを掴もう！

フーリエ変換(式1)を施すと時間軸の信号 $x(t)$ は周波数軸の信号 $X(f)$ に変換されます。どうしてでしょうか？不思議ですね…そのイメージを伝えるスマートフォン用アプリケーションを用意しました。第1章でインストールしたアプリケーションの最初の画面(図2)で「フーリエ変換のイメージ」ボタンをタップしましょう。

- 時間軸波形1つと複素ベクトル3つが現れた

すると図3のような画面が現れます。このアプリでは入力信号 $x(t)$ をスキャンし、周波数 f で回転する回転因子と乗算し、乗算ベクタ(Multiplied Vector)を得ます。その乗算ベクタを累積したものが累積ベクタ



スマホで学ぶ！実践デジタル信号処理入門

2017/01/23

FFTを体感しよう！

フーリエ変換のイメージ

DFTのイメージ

FFT-高速化のメカニズム

図2 スマホアプリの「フーリエ変換のイメージ」ボタンをタップ！